

作业十一

题 1 考虑分式线性变换 $f(z) = (1+z)/z$ 。

- (1) 写出 $f(z)$ 在实坐标 (x, y) 下的坐标表达式。
- (2) 写出 $f(z)$ 的任意 n 次迭代的表达式。(函数迭代定义与数学分析中一样。)

题 2 求证：除恒同而外，分式线性变换在扩充复平面上总是只有一个或者两个不动点。

题 3 平面上给定不相似的两个三角形（作为顶点与边的并集），是否存在一个 Möbius 变换把一个变成另一个？

题 4 考虑所有这样的扩充复平面的 Möbius 变换：它保持圆心在 0 、半径为 1 的圆不变，且把 0 映到 0 。决定所有这样的变换，（用分式线性变换或共轭分式线性变换表示）。

题 5 考虑所有这样的扩充复平面的 Möbius 变换：它保持圆心在 2 、半径为 2 的圆不变，但把 2 映到 1 。求证： 1 的所有可能的像都落在同一个圆上。

题 6 把题 1 中的 $f(z)$ 写成尽可能少的反演的复合。