

作业六

题1 考虑空间中直线

$$l_0: \begin{cases} 3x = 2y \\ z = 0 \end{cases}$$

使其绕直线

$$k: x = y = z$$

旋转一周, 获得圆锥面 S 。

- (1) 写出曲面 S 的方程并画图。
- (2) 描述所有保持 S 不变(作为点集)的空间保距变换, 并说明理由。

题2 曲面 $S: x^2 + y^2 + xy - 2xz - yz = 0$ 是否是正圆锥? 说明理由。

题3 求双曲抛物面 $S: x^2 - \frac{y^2}{9} = 2z$ 的正交直母线交点的轨迹。[尤, 习题 2.7: 3]

题4 空间中单位立方体 $ABCD - A'B'C'D'$, (其中 $ABCD$ 是一个侧面正方形, 而 $A'B'C'D'$ 是其对侧正方形, 对应顶点相邻)。

- (1) 考虑所有与边 $AA', B'C', CD$ 所在的三条直线同时相交的直线。它们的并集构成哪种(仿射)二次曲面? 请说明理由。
- (2) 决定并描述包含直线 AA' 的那一族直母线。

题5 给定空间中的单位立方体 P (作为包含全体顶点、边、面、内部点的点集), 所有保持 P 不变的空间保距变换总共有多少个? 用比较简明的语言枚举它们全部。

题6 平面旋转变换 ϕ_1, ϕ_2 分别以 O_1, O_2 为中心, 问 $\phi_1 \circ \phi_2 = \phi_2 \circ \phi_1$ 何时成立? 说明理由。