

作业五补充题

题 1 空间直角坐标系中，给定两条直线

$$l_{\theta}: \begin{cases} \frac{x - \cos \theta}{-\sin \theta} = \frac{y - \sin \theta}{\cos \theta} \\ z = 0 \end{cases}$$
$$l_{\phi}: \begin{cases} \frac{x - \cos \phi}{-\sin \phi} = \frac{z - \sin \phi}{\cos \phi} \\ y = 0 \end{cases}$$

其中 $(\theta, \phi) \in \mathbb{R}^2$ 是坐标无关的参数。试讨论直线的仿射位置关系对不同参数可能出现的情形，并在参数平面 (θ, ϕ) 上绘制出来。

题 2 假设 $A, B, C, D \in \mathbf{E}^3$ 是处于一般位置（即不共面）的四个点，经过点 BCD 的平面由一个线性方程 $L_A(x, y, z) = 0$ 给出， L_B, L_C, L_D 也作类似理解。求证：空间中任意平面都可以写作如下方程形式

$$aL_A(x, y, z) + bL_B(x, y, z) + cL_C(x, y, z) + dL_D(x, y, z) = 0$$

其中 $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ 是不全为零的适当系数。

题 3 试列举 \mathbf{E}^4 中直线与平面的所有仿射位置关系，并概述你的理由。