

# 作业十一

**题 1** 考虑分式线性变换  $f(z) = (1+z)/(1-z)$ 。

- (1) 写出  $f(z)$  在实坐标  $(x, y)$  下的坐标表达式。
- (2) 写出  $f(z)$  的任意  $n$  次迭代的表达式。(函数迭代定义与数学分析中一样。)

**题 2** 求证：除恒同而外，分式线性变换在扩充复平面上总是只有一个或者两个不动点。

**题 3** 平面上给定不相似的两个三角形（作为顶点与边的并集），是否存在一个 Möbius 变换把一个变成另一个？

**题 4** 考虑所有这样的扩充复平面的 Möbius 变换：它保持圆心在  $0$ 、半径为  $1$  的圆不变，且把  $0$  映到  $0$ 。决定所有这样的变换，（用分式线性变换或共轭分式线性变换表示）。

**题 5** 考虑所有这样的扩充复平面的 Möbius 变换：它保持圆心在  $2$ 、半径为  $2$  的圆不变，但把  $2$  映到  $1$ 。求证： $1$  的所有可能的像都落在同一个圆上。

**题 6** 把题 1 中的  $f(z)$  写成尽可能少的反演的复合。